खण्ड A

SECTION A

Q1. (a) आन्तरिक अर्द्धव्यास R के एक बृहत् स्थिर बेलन (सिलिंडर) को लीजिए। अर्द्धव्यास r का एक छोटा ठोस बेलन बृहत् बेलन के अन्दर बिना फिसले लुढ़कता है। छोटे बेलन की गति का समीकरण निर्धारित कीजिए।

Consider a large stationary cylinder of inner radius R. A smaller solid cylinder of radius r rolls without slipping inside the larger cylinder. Determine the equation of motion of the smaller cylinder. *10*

(b) द्रव्यमान M और अर्द्धव्यास R के एक एकसमान ठोस गोले की गुरुत्वीय नैज-ऊर्जा के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए।

Derive the expression for the gravitational self-energy of a uniform solid sphere of mass M and radius R. *10*

(c) विरामावस्था द्रव्यमान 1 kg और 0·9c परिमाण के वेग का एक कण विरामावस्था में द्रव्यमान 2 kg के एक कण से टकराता है। संघट्टन के पश्चात दोनों कण संलयित हो जाते हैं और द्रव्यमान M तथा वेग V का एक एकल कण बनाते हैं। M और V निर्धारित कीजिए।

A particle of rest mass 1 kg and velocity of magnitude 0·9c collides with a particle of mass 2 kg at rest. After collision the two particles coalesce and form a single particle of mass M and velocity V. Determine M and V. *10*

(d) एक द्वि-स्लिट फ्राउनहॉफर विवर्तन प्रयोग में, स्लिट चौड़ाई 0·12 mm है और दोनों स्लिटों के बीच पार्थक्य 0·48 mm है। स्लिटों से स्क्रीन की दूरी 1·5 m है। यदि प्रयुक्त प्रकाश का तरंगदैर्ध्य 600 nm है, तो (i) व्यतिकरण उच्चिष्ठ के लुप्त क्रम, और (ii) केन्द्रीय उच्चिष्ठ और प्रथम निम्निष्ठ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

In a double slit Fraunhofer diffraction experiment, the slit width is 0·12 mm and the spacing between the two slits is 0·48 mm. The distance of the screen from the slits is 1·5 m. If the wavelength of the light used is 600 nm, determine (i) the missing orders of the interference maxima, and (ii) the distance between the central maxima and the first minima. *10*

(e) एक 20 mW लेज़र स्रोत द्वारा उत्पन्न तरंगदैर्ध्य 600 nm का एक प्रकाश पुंज एक समतल दर्पण पर आपतित है। निर्धारित कीजिए :

(i) दर्पण की सतह से टकराते प्रति सेकण्ड फ़ोटॉनों की संख्या।

(ii) दर्पण पर प्रकाश पुंज द्वारा डाला गया बल।

A light beam of wavelength 600 nm produced by a 20 mW laser source is incident on a plane mirror. Determine :

(i) number of photons per second striking the surface of the mirror.

(ii) force exerted by the light beam on the mirror. *10*

Q2. (a) एक पिंड बिना किसी बल के अधीन एक बिन्दु 'O' के परित: गतिमान है। 'O' पर जड़त्व के मुख्य आघूर्ण 3A, 5A और 6A हैं। मुख्य अक्षों के परित: आरम्भिक कोणीय वेग के घटक $\omega_1 = n$, $\omega_2 = 0$ और $\omega_3 = n$ हैं। समय t के बृहत् मानों के लिए घटकों ω_1, ω_2 और ω_3 को ज्ञात कीजिए।

A body moves about a point 'O' under no force, the principal moments of inertia at 'O' being 3A, 5A and 6A. The components of the initial angular velocity about the principal axes are $\omega_1 = n$, $\omega_2 = 0$ and $\omega_3 = n$. Find the components ω_1, ω_2 and ω_3 for large values of time t. *20*

(b) एक सरल आवर्ती दोलक निम्नलिखित समीकरण द्वारा निरूपित है

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + kx = 0;$$

जहाँ $m = 0{\cdot}25$ kg, $\gamma = 0{\cdot}07$ kg s^{-1} और $k = 85$ Nm^{-1} है। निर्धारित कीजिए (i) दोलन का आवर्तकाल, और (ii) दोलनों की संख्या जिनमें उसका आयाम उसके प्रारंभिक मान का आधा हो जाएगा।

A harmonic oscillator is represented by the equation

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + kx = 0;$$

where $m = 0{\cdot}25$ kg, $\gamma = 0{\cdot}07$ kg s^{-1} and $k = 85$ Nm^{-1}. Determine (i) the period of oscillation, and (ii) the number of oscillations in which its amplitude will become half of its original value. *15*

(c) दर्शाइए कि लोरेन्ट्ज़ रूपान्तरणों के अधीन विद्युत-चुम्बकीय तरंग समीकरण निश्चर है।

Show that the electromagnetic wave equation is invariant under Lorentz transformations. *15*

Q3. (a) एक अनुनादक बनाते दर्पणों के एक युग्म के बीच रखे एक सक्रिय माध्यम के एक लेज़र निकाय को लीजिए। लेज़र के दोलनों के लिए आवश्यक देहली (थ्रेशोल्ड) जनसंख्या व्युत्क्रमण के लिए एक व्यंजक प्राप्त कीजिए।

Consider a laser system consisting of an active medium placed between a pair of mirrors forming a resonator. Obtain an expression for the threshold population inversion required for the oscillations of laser. *20*

(b) एक He – Ne लेज़र निकाय के लिए, यदि अनुनादी आवृत्ति $\omega_0 = 3 \times 10^{15}\ s^{-1}$ और तापक्रम T = 300 K है, तो $\Delta\omega_D$ का परिमाण क्या होगा जो रेखा आकृति फलन $g(\omega)$ के FWHM को निरूपित करता है ?

For a He – Ne laser system, what will be the magnitude of $\Delta\omega_D$ which represents FWHM of the line shape function $g(\omega)$, if resonant frequency $\omega_0 = 3 \times 10^{15}\ s^{-1}$ and temperature T = 300 K ? 10

(c) द्रव्यमान M और भुजा 'a' का एक घन x-अक्ष के अनुदिश अपने एक किनारे के परित: कोणीय वेग ω से घूर्णन कर रहा है। उसके कोणीय संवेग और उसकी गतिज ऊर्जा के लिए व्यंजकों को प्राप्त कीजिए।

(दिया गया है, $I_{XX} = \frac{2}{3} Ma^2$, $I_{YX} = -\frac{1}{4} Ma^2$ और $I_{ZX} = -\frac{1}{4} Ma^2$)

A cube of mass M and side 'a' is rotating with angular velocity ω around one of its edges, which is, say, along the x-axis. Obtain the expressions for its angular momentum and kinetic energy. 20

(Given that the $I_{XX} = \frac{2}{3} Ma^2$, $I_{YX} = -\frac{1}{4} Ma^2$ and $I_{ZX} = -\frac{1}{4} Ma^2$)

Q4. (a) सापेक्ष अपवर्तनांक n के एक पदार्थ से निर्मित मोटाई t के एक मोटे लेंस को लीजिए। मान लीजिए कि उसके दो पृष्ठों की वक्रता के अर्द्धव्यास R_1 और R_2 हैं। लेंस की निकाय मैट्रिक्स (आव्यूह) प्राप्त कीजिए।

Consider a thick lens of thickness t made of a material of relative refractive index n. Let R_1 and R_2 be the radii of curvature of its two surfaces. Obtain the system matrix of the lens. 15

(b) अपवर्तनांक n_2 और मोटाई h की एक समतल समान्तर फ़िल्म से होने वाले बहुल परावर्तनों को लीजिए और फ़िल्म के पृष्ठ से होने वाली कुल परावर्तकता के लिए व्यंजक की व्युत्पत्ति कीजिए।

Consider multiple reflections from a plane parallel film of thickness h and refractive index n_2 and derive an expression for the total reflectivity from the surface of the film. 20

(c) एक द्रव्यमान M, लम्बाई l और अर्द्धव्यास r के ठोस कूपक (शैफ़्ट) को समान लम्बाई l और समान τ/θ की रेटिंग, जहाँ τ बल-युग्म और θ व्यावर्तन कोण है, के एक हल्के खोखले कूपक द्वारा प्रतिस्थापित किया जाना है। यदि खोखले कूपक का बाह्य अर्द्धव्यास उसके आन्तरिक अर्द्धव्यास का दो गुना है, तो उसके द्रव्यमान में प्रतिशत कमी का आकलन कीजिए। मान लीजिए कि नए कूपक और प्रतिस्थापित कूपक का पदार्थ समान है।

A solid shaft of mass M, length l and radius r is to be replaced by a lighter hollow shaft of the same length l and having the same ratings of τ/θ, where τ is the couple and θ is the angle of twist. Estimate the percentage reduction in mass of the hollow shaft if the outer radius of the shaft is twice the inner radius. Assume the material of the new shaft is same as that of the replaced shaft. 15

खण्ड B

SECTION B

Q5. (a) अनन्त विस्तार के एक आदर्श चालकीय समतल ($z = 0$) से 1 m की दूरी पर स्थित 5 nC के एक बिन्दु आवेश को लीजिए। एक बिन्दु (2, 2, 0) m पर विद्युत-क्षेत्र ज्ञात कीजिए और दर्शाइए कि यह समतल के लम्बवत है।

Consider a point charge of 5 nC placed at a distance of 1 m from a perfect conducting plane ($z = 0$) of infinite extent. Find the electric field at a point (2, 2, 0) m and show that it is normal to the plane. *10*

(b) सुसंकुलित रूप से लपेटे गए 50 फेरों की एक आयताकार कुंडली की विमाएँ $0{\cdot}5\ m \times 0{\cdot}4\ m$ हैं। इसमें 1·5 A की विद्युत धारा प्रवाहित होती है। यदि एक एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $B = 0{\cdot}1\ T$ इस प्रकार प्रयुक्त किया जाता है कि चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा कुंडली के समतल के सापेक्ष 60° का कोण बनाती है, तो चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा कुंडली पर प्रयुक्त बल-आघूर्ण क्या है ?

A rectangular coil consists of 50 closely wrapped turns and has dimensions of $0{\cdot}5\ m \times 0{\cdot}4\ m$. It carries a current of 1·5 A. If a uniform magnetic field $B = 0{\cdot}1\ T$ is applied such that the direction of the magnetic field makes an angle of 60° with respect to the plane of the coil, what is the torque exerted on the coil by the magnetic field ? *10*

(c) किरखोफ के धारा नियम और किरखोफ के वोल्टता नियम का उल्लेख और व्याख्या कीजिए। आवेश संरक्षण और ऊर्जा संरक्षण के सिद्धान्तों से इन नियमों की व्युत्पत्ति कीजिए।

State and explain Kirchhoff's current law and Kirchhoff's voltage law. Derive these laws from the principles of charge conservation and energy conservation. *10*

(d) अर्द्धव्यास 10 cm की वृत्ताकार पट्टिकाओं से बने एक समान्तर पट्टिका संधारित्र को आवेशित किया जा रहा है। यदि संधारित्र के अन्दर किसी क्षण पर विद्युत-क्षेत्र $5{\cdot}0\ V\ m^{-1}\ s^{-1}$ की दर से परिवर्तित होता है, तो संधारित्र के अन्दर चुम्बकीय तीव्रता $|\vec{H}|$ की गणना कीजिए।

A parallel plate capacitor having circular plates of radius 10 cm is being charged. If the electric field at any instant within the capacitor changes at the rate $5{\cdot}0\ V\ m^{-1}\ s^{-1}$, calculate the magnetic intensity $|\vec{H}|$ inside the capacitor. *10*

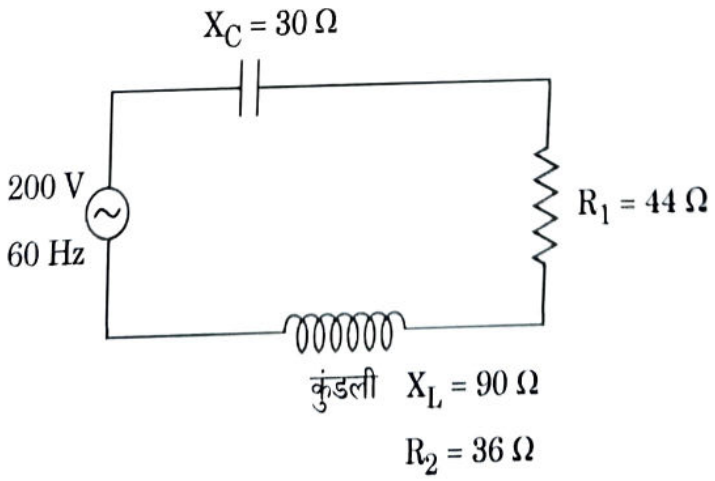
(e) एक उत्क्रमणीय ऊष्मा इंजन 300 K, 400 K और 1200 K पर तीन भंडारों के साथ संक्रियत है। यह 1200 K पर भंडार से ऊष्मा के रूप में 1200 kJ ऊर्जा अवशोषित करता है और 400 kJ का कार्य प्रदान करता है। अन्य दो भंडारों के साथ ऊष्मा अन्योन्यक्रियाओं को निर्धारित कीजिए।

A reversible heat engine operates with three reservoirs at 300 K, 400 K and 1200 K. It absorbs 1200 kJ energy as heat from the reservoir at 1200 K and delivers 400 kJ work. Determine the heat interactions with the other two reservoirs. 10

Q6. (a) विद्युत धारा I प्रवाहित लम्बाई L के एक सीधे लम्बे तार को लीजिए। तार से दूरी x पर अवस्थित बिन्दु P पर चुम्बकीय सदिश विभव $\vec{A}$ ज्ञात कीजिए।

Consider a long straight wire of length L carrying a current I. Determine the magnetic vector potential $\vec{A}$ at a point P located at distance x from the wire. 20

(b) जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है, एक 200 V, 60 Hz लाइन से सम्बद्ध एक श्रेणी परिपथ में 30 Ω की धारिता प्रतिघात का एक संधारित्र, 44 Ω का एक अप्रेरणिक प्रतिरोधक और 36 Ω प्रतिरोध तथा 90 Ω की प्रेरणिक प्रतिघात की एक कुंडली हैं।



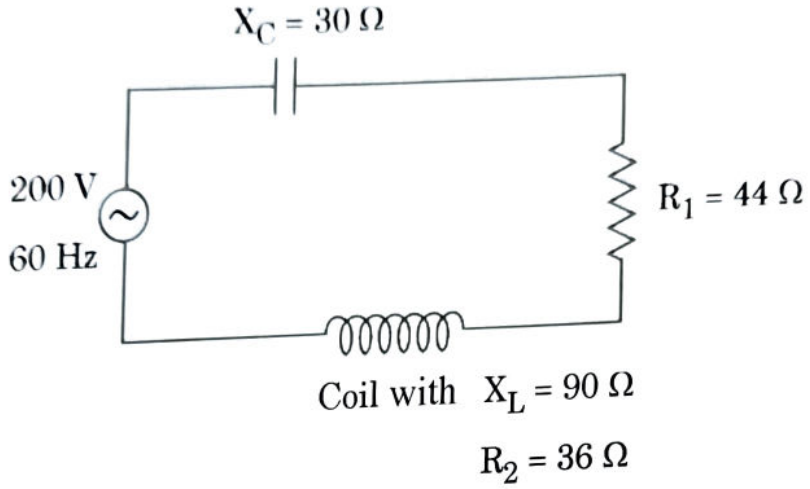
ज्ञात कीजिए :

(i) परिपथ का शक्ति गुणांक

(ii) परिपथ द्वारा अवशोषित शक्ति

(iii) कुंडली में क्षयित शक्ति

As shown in the figure, a series circuit connected across a 200 V, 60 Hz line consists of a capacitor of capacitive reactance of 30 Ω, a non-inductive resistor of 44 Ω and a coil of inductive reactance 90 Ω and resistance 36 Ω.



15

Determine :

(i) Power factor of the circuit

(ii) Power absorbed by the circuit

(iii) Power dissipated in the coil

(c) एक एकपरमाणुक गैस A के N_A अणुओं और एक एकपरमाणुक गैस B के N_B अणुओं के एक मिश्रण को लीजिए । इस मिश्रण के लिए, हेल्महोल्ट्ज़ मुक्त ऊर्जा और दाब ज्ञात कीजिए । (एक एकपरमाणुक गैस के लिए कण संवितरण फलन है $q = \left(\frac{2\pi\, mkT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} V$).

Consider a mixture of N_A molecules of a monatomic gas A and N_B molecules of a monatomic gas B. For this mixture, obtain the Helmholtz free energy and pressure. (The particle partition function for a monatomic gas is $q = \left(\frac{2\pi\, mkT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} V$).

15

Q7. (a) एक त्रिअंगी निकाय में दो प्रावस्थाओं के साथ सन्तुलन में तीन घटक (A, B और C) हैं। गिब्ज़ के प्रावस्था नियम का प्रयोग करके स्वतंत्रता की कोटियों की संख्या निर्धारित कीजिए और प्रावस्था सन्तुलन पर दाब तथा तापक्रम के विचरणों के प्रभाव की विवेचना कीजिए।

A ternary system consists of three components (A, B and C) in equilibrium with two phases. Determine the number of degrees of freedom using the Gibb's phase rule and discuss the effect of pressure and temperature variations on the phase equilibrium.

15

(b) उन निमित्तियों/विचारों की संक्षेप में चर्चा कीजिए जिन्होंने वान्डर वाल्स को गैस समीकरण को संशोधित करने के लिए प्रेरित किया। एक गैस के क्रान्तिक नियतांक क्या हैं ? वान्डर वाल्स समीकरण के नियतांकों के पदों में इन नियतांकों के मानों की गणना कीजिए।

Discuss briefly the considerations which led Van der Waals to modify the gas equation. What are the critical constants of a gas ? Calculate the values of these constants in terms of the constants of the Van der Waals equation. *15*

(c) एक एकसमान विद्युत-क्षेत्र $\vec{E}$ में अर्द्धव्यास 'a' के एक चालक गोले को लीजिए। गोले पर प्रेरित पृष्ठीय आवेश घनत्व ज्ञात कीजिए और त्रिज्या सदिश $\vec{r}$ द्वारा अभिलक्षणित बिन्दु P पर विद्युत-क्षेत्र $\vec{E}$ निर्धारित कीजिए।

Consider a conducting sphere of radius 'a' in a uniform electric field $\vec{E}$. Find the induced surface charge density on the sphere and determine the electric field $\vec{E}$ at a point P characterized by radius vector $\vec{r}$. *20*

Q8. (a) (i) मुक्त आकाश में एक विद्युत-क्षेत्र ($\vec{E}$) निम्नलिखित व्यंजक द्वारा व्यक्त किया गया है :

$$\vec{E} = 10 \cos(\omega t - 100\,x)\,\hat{j} \text{ V/m}$$

कोणीय आवृत्ति ω और विस्थापन धारा ज्ञात कीजिए।

In free space, an electric field ($\vec{E}$) is given by the following expression :

$$\vec{E} = 10 \cos(\omega t - 100\,x)\,\hat{j} \text{ V/m}$$

Find the angular frequency ω and the displacement current. *10*

(ii) एक विद्युत-चुम्बकीय तरंग का चुम्बकीय क्षेत्र $|\vec{B}| = 55 \times 10^{-8}$ T है। प्वाइंटिंग सदिश का परिमाण ज्ञात कीजिए।

An electromagnetic wave has its magnetic field $|\vec{B}| = 55 \times 10^{-8}$ T. Determine the magnitude of the Poynting vector. *5*

(b) व्याख्या कीजिए कि क्यों, साम्यावस्था पर एक घटक का रासायनिक विभव सभी सहविद्यमान प्रावस्थाओं में एकसमान होना चाहिए। एक द्वयी द्रव-वाष्प निकाय के लिए रासायनिक विभव के पदों में साम्यावस्था प्रतिबंध की व्युत्पत्ति कीजिए।

Explain why, at equilibrium, the chemical potential of a component must be the same in all coexisting phases. Derive the equilibrium condition for a binary liquid-vapour system in terms of chemical potential. *15*

(c) बोस-आइन्सटाइन बंटन फलन का प्रयोग करके कृष्णिका विकिरण के लिए प्लांक विकिरण नियम की व्युत्पत्ति कीजिए। रैले-जीन्स नियम से व्युत्पन्न क्लासिकी परिणामों से किस प्रकार क्वांटम सांख्यिकी परिणाम भिन्न हैं, इसकी व्याख्या कीजिए।

Derive the Planck's radiation law for blackbody radiation using the Bose-Einstein distribution function. Explain how results from quantum statistics differ from classical results derived from the Rayleigh-Jeans law. *20*